

Oberseminar Theoretische Informatik
Wintersemester 2008/2009

Susanne Hemmann

**Komplexität der Bestimmung Alleiniger
Möglicher Gewinner bei Borda- und
Maximinverfahren**

Mo, 19.01.2009 um 14 Uhr (c.t.) im SR 3319 (Ernst-Abbe-Platz 2, 3. Stock).

Im Allgemeinen fordert die Anwendung einer Abstimmungsregel, um eine kollektive Entscheidung zu treffen, vollständige Präferenzrelationen der beteiligten Agenten bzw. Wähler. In der Praxis gibt es jedoch viele Situationen, in denen es für die Agenten unmöglich oder unzweckmäßig ist, ihre individuellen Präferenzen über alle Kandidaten auszudrücken und somit sind in diesen Situationen nur partielle Präferenzprofile gegeben. Die Anwendung von Abstimmungsregeln wird auf Präferenzprofile mit unvollständiger Information in den Präferenzrelationen erweitert. In diesem Zusammenhang werden die Begriffe möglicher und alleiniger möglicher Gewinner hinsichtlich einer gegebenen Abstimmungsregel definiert. Zunächst wird gezeigt, dass die Bestimmung möglicher bzw. alleiniger möglicher Gewinner für das Borda- und das Maximin-Verfahren NP-vollständig ist. Es gibt sehr viele unterschiedliche Wahlsituationen. In manchen stehen beispielsweise nur wenige Kandidaten zur Abstimmung, in anderen wiederum gibt es nur eine kleine Anzahl von wahlberechtigten Agenten. Dadurch wird es interessant, das Problem der Bestimmung möglicher bzw. alleiniger möglicher Gewinner, auch MG- bzw. AMG-Problem genannt, im Kontext der Parametrisierten Komplexitätstheorie zu betrachten. Für die Anwendung des Borda-Verfahrens wird das AMG-Problem bezüglich verschiedener Parameter untersucht. In diesem Zusammenhang wird gezeigt, dass das AMG-Problem NP-vollständig ist, selbst unter der Bedingung, dass die Anzahl der partiellen Präferenzen durch drei beschränkt ist. Somit ist die „Anzahl partieller Präferenzen“ kein sinnvoller Parameter für dieses Problem. Im Weiteren wird eine Formulierung des AMG-Problems als ganzzahliges lineares Programm (ILP) angegeben, in welcher die Anzahl der Variablen im Programm einzig von der Anzahl der Kandidaten abhängt. Daraus folgt mit einem Ergebnis von Lenstra, dass das Problem „fixed-parameter tractable“ bezüglich des Parameters „Anzahl der Kandidaten“ ist, wenngleich die kombinatorische Explosion im Parameter sehr groß ist. Im Anschluss daran wird die Parametrisierung bezüglich des Parameters „Anzahl der unbekanntenen paarweisen Vergleiche zwischen Kan-

didaten im gesamten Präferenzprofil“ untersucht. Es wird ein Algorithmus präsentiert, der auf einem Suchbaum basiert und das AMG-Problem in Zeit $O(1,82^k \cdot \max(nm^3, k^2))$ löst. Für einen Spezialfall, in dem die unbekanntesten paarweisen Vergleiche zwischen Kandidaten eine bestimmte Eigenschaft aufweisen, kann das Problem als maximales Flussproblem formuliert werden und ist somit in Zeit $O(nm^3k^2)$ lösbar.

Homepage:

<http://theinfl.informatik.uni-jena.de/teaching/ws0809/oberseminar-ws0809>